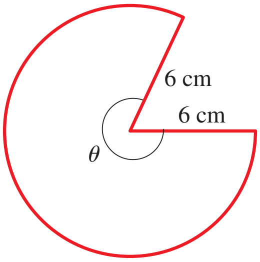
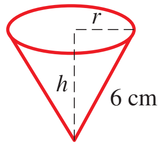
(d) Encuentre el volumen de la taza.





88. Taza cónica En este ejercicio encontramos el volumen de la taza cónica del Ejercicio 87 para cualquier ángulo θ.

(a) Siga los pasos del Ejercicio 87 para demostrar que el volumen de la taza como función de θ es

$$V(\theta) = \frac{9}{\pi^2}\theta^2\sqrt{4\pi^2 - \theta^2}, \qquad 0 < \theta < 2\pi$$

(b) Grafique la función V.

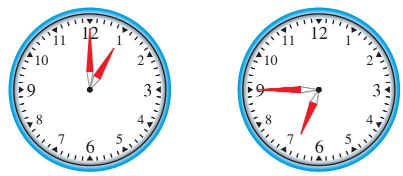
(c) ¿Para qué ángulo θ es máximo el volumen de la taza?

DESCUBRIMIENTO ■ DISCUSIÓN ■ REDACCIÓN

89. Diferentes formas de medir ángulos La costumbre de medir ángulos usando grados, con 360° en un círculo, data de los antiguos babilonios, que usaban un sistema numérico basado en grupos de 60. Otro sistema de medir ángulos divide el círculo en 400 unidades, llamadas *grad*. En este sistema, un ángulo recto es de 100 grad, de modo que esto se ajusta a nuestro sistema numérico de base 10.

Escriba un corto ensayo que compare las ventajas y desventajas de estos dos sistemas y el sistema de medir ángulos en radianes. ¿Cuál sistema prefiere usted? ¿Por qué?

90. Relojes y ángulos En una hora, el minutero de un reloj se mueve todo un círculo completo, y la manecilla de las horas se mueve $\frac{1}{12}$ de círculo. ¿Cuántos radianes se mueven las manecillas del minutero y de las horas entre la 1:00 p.m. y las 6:45 p.m. (en el mismo día)?



6.2 TRIGONOMETRÍA DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Relaciones trigonométricas ▶ Triángulos especiales ▶ Aplicaciones de trigonometría de triángulos rectángulos

En esta sección estudiamos ciertas relaciones entre los lados de triángulos rectángulos, llamadas relaciones trigonométricas, y damos varias aplicaciones.

▼ Relaciones trigonométricas

Considere un triángulo rectángulo con θ como uno de sus ángulos agudos. Las relaciones trigonométricas se definen como sigue (vea Figura 1).

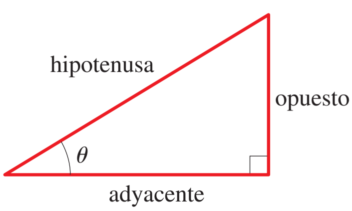


FIGURA 1

LAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS

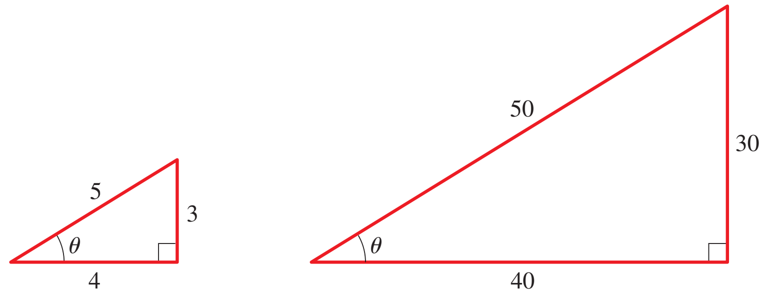
$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \tan\theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\csc\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{opuesto}} \qquad \sec\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{adyacente}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{adyacente}}{\text{opuesto}}$$

Los símbolos que usamos para esas relaciones son abreviaturas de sus nombres completos: **seno, coseno, tangente, cosecante, secante, cotangente**. Como dos triángulos rectángulos cualesquiera con ángulo θ son semejantes, estas relaciones son iguales, cualquiera que sea

HIPARCO (hacia el año 140 a.C.) es considerado el fundador de la trigonometría. Construyó tablas para funciones estrechamente relacionadas con la función seno moderna, evaluadas para ángulos a intervalos de medio grado y consideradas las primeras tablas trigonométricas. Utilizó sus tablas principalmente para calcular las trayectorias de los planetas por los cielos.

el tamaño del triángulo; las relaciones trigonométricas dependen sólo del ángulo θ (vea Figura 2).



$\operatorname{sen}\theta = \frac{3}{5}$ $\qquad$ $\operatorname{sen}\theta = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

FIGURA 2

EJEMPLO 1 | Hallar relaciones trigonométricas

Encuentre las seis relaciones trigonométricas del ángulo θ de la Figura 3.

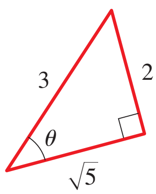


FIGURA 3

SOLUCIÓN

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{2}{3} \qquad \cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad \tan\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\csc\theta = \frac{3}{2} \qquad \sec\theta = \frac{3}{\sqrt{5}} \qquad \cot\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

AHORA INTENTE HACER EL EJERCICIO **3**

EJEMPLO 2 | Hallar relaciones trigonométricas

Si $\cos\alpha = \frac{3}{4}$, trace un triángulo rectángulo con ángulo agudo α y encuentre las otras cinco relaciones trigonométricas de α.

SOLUCIÓN Como $\cos\alpha$ está definido como la relación entre el lado adyacente y la hipotenusa, trazamos un triángulo con hipotenusa de longitud 4 y un lado de longitud 3 adyacente a α. Si el lado opuesto es x, entonces por el Teorema de Pitágoras, $3^2 + x^2 = 4^2$ o sea $x^2 = 7$, de modo que $x = \sqrt{7}$. A continuación usamos el triángulo de la Figura 4 para hallar las relaciones.

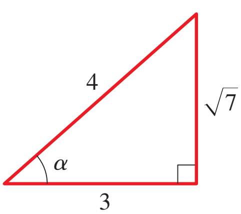


FIGURA 4

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4} \qquad \cos\alpha = \frac{3}{4} \qquad \tan\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\csc\alpha = \frac{4}{\sqrt{7}} \qquad \sec\alpha = \frac{4}{3} \qquad \cot\alpha = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

AHORA INTENTE HACER EL EJERCICIO **19**

▼ Triángulos especiales

Ciertos triángulos rectángulos tienen relaciones que se pueden calcular fácilmente a partir del Teorema de Pitágoras. Los citados aquí en vista que se usan con frecuencia.

El primer triángulo se obtiene al trazar una diagonal en un cuadro de lado 1 (vea Figura 5). Por el Teorema de Pitágoras esta diagonal tiene longitud $\sqrt{2}$. Los triángulos resultantes tienen ángulos de 45°, 45° y 90° (o $\pi/4$, $\pi/4$ y $\pi/2$). Para obtener el segundo triángulo, empezamos con un triángulo equilátero ABC de lado 2 y trazamos la bisectriz perpendicular DB de la base, como en la Figura 6. Por el Teorema de Pitágoras, la longitud de DB es $\sqrt{3}$. Como DB corta al ángulo ABC, obtenemos los triángulos con ángulos de 30°, 60° y 90° (o $\pi/6$, $\pi/3$ y $\pi/2$).

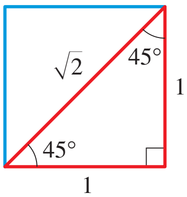


FIGURA 5

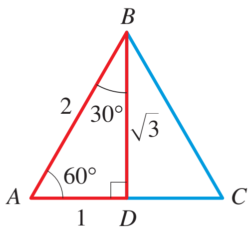


FIGURA 6

Ahora podemos usar los triángulos especiales de las Figuras 5 y 6 para calcular las relaciones trigonométricas para ángulos con medidas 30°, 45° y 60° (o $\pi/6$, $\pi/4$ y $\pi/3$) que aparecen en la Tabla 1.

TABLA 1
Valores de las relaciones trigonométricas para ángulos

θ en grados	θ en radianes	sen θ	cos θ	tan θ	csc θ	sec θ	cot θ
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Es útil recordar estas relaciones trigonométricas especiales porque se presentan con frecuencia. Desde luego, pueden recordarse fácilmente si recordamos los triángulos de los que se obtienen.

Para una explicación de métodos numéricos, vea la nota al margen en la página 400.

Para hallar los valores de relaciones trigonométricas para otros ángulos, usamos calculadora. Los métodos matemáticos (llamados *métodos numéricos*) que se emplean para hallar las relaciones trigonométricas están programados directamente en calculadoras científicas. Por ejemplo, cuando se presiona la tecla $\boxed{\text{SIN}}$, la calculadora calcula una aproximación al valor del seno del ángulo dado. Las calculadoras también dan los valores de seno, coseno y tangente; las otras relaciones se pueden calcular fácilmente a partir de éstas usando las siguientes *relaciones recíprocas*:

$$\csc t = \frac{1}{\operatorname{sen} t} \qquad \sec t = \frac{1}{\cos t} \qquad \cot t = \frac{1}{\tan t}$$

Se debe verificar que estas relaciones se sigan inmediatamente de las definiciones de las relaciones trigonométricas.

Seguimos la convención de que cuando escribimos sen t, *queremos decir el seno del ángulo cuya medida en radianes es* t. Por ejemplo, sen 1 significa el seno del ángulo cuya medida en radianes es 1. Cuando se use calculadora para hallar un valor aproximado para este número, es necesario poner la calculadora en el modo de radianes; se encontrará que

$$\operatorname{sen} 1 \approx 0.841471$$

Si se desea hallar el seno del ángulo cuya medida es 1°, la calculadora se pone en el modo de grados; se encontrará que

$$\operatorname{sen} 1° \approx 0.0174524$$

▼ Aplicaciones de trigonometría de triángulos rectángulos

Un triángulo tiene seis partes: tres ángulos y tres lados. **Resolver un triángulo** significa determinar todas sus partes a partir de la información conocida acerca del triángulo, es decir, determinar las longitudes de los tres lados y las medidas de los tres ángulos.

EJEMPLO 3 | Resolver un triángulo rectángulo

Resuelva el triángulo *ABC* que se muestra en la Figura 7.

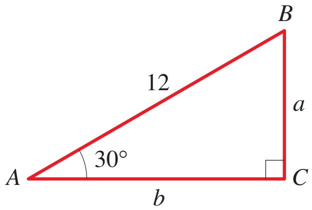


FIGURA 7

SOLUCIÓN Es evidente que $\angle B = 60°$. Para hallar a, buscamos una ecuación que relacione a con las longitudes y ángulos que ya conocemos. En este caso, tenemos sen 30° $= a/12$, de modo que

$$a = 12 \text{ sen } 30° = 12\left(\tfrac{1}{2}\right) = 6$$

Análogamente, $\cos 30° = b/12$, entonces

$$b = 12 \cos 30° = 12\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 6\sqrt{3}$$

AHORA INTENTE HACER EL EJERCICIO **31**

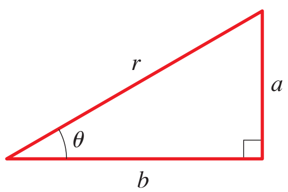


FIGURA 8
$a = r \text{ sen } \theta$
$b = r \cos \theta$

La Figura 8 muestra que si conocemos la hipotenusa r y el ángulo agudo θ en un triángulo rectángulo, entonces los catetos a y b están dados por

$$a = r \text{ sen } \theta \qquad \text{y} \qquad b = r \cos \theta$$

La capacidad para resolver triángulos rectángulos con el uso de relaciones trigonométricas es fundamental para numerosos problemas en navegación, topografía, astronomía y las medidas de distancias. Las aplicaciones que consideramos en esta sección siempre comprenden triángulos rectos pero, como veremos en las siguientes tres secciones, la trigonometría también es útil para resolver triángulos que no son rectángulos.

Para examinar los siguientes ejemplos, necesitamos alguna terminología. Si un observador está viendo un objeto, entonces la recta que va de sus ojos al objeto se llama **línea de visión** (Figura 9). Si el objeto que es observado está arriba de la horizontal, entonces el ángulo entre la línea de visión y la horizontal recibe el nombre de **ángulo de elevación**; si está debajo de la horizontal, entonces el ángulo entre la línea de visión y la horizontal se denomina **ángulo de depresión**. En muchos de los ejemplos y ejercicios de este capítulo, los ángulos de elevación y de depresión se darán para un observador hipotético al nivel del suelo. Si la línea de visión sigue un objeto físico, por ejemplo un plano inclinado o una ladera, usamos el término **ángulo de inclinación**.

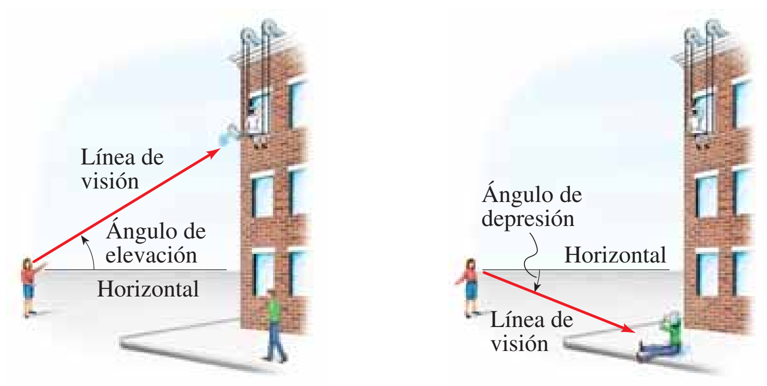


FIGURA 9

ARISTARCO DE SAMOS (310-230 a.C.) fue un afamado científico, músico, astrónomo y geómetra griego. En su libro *Sobre tamaños y distancias del Sol y la Luna*, estimó la distancia al Sol observando que cuando la Luna está exactamente en cuarto creciente, el triángulo formado por el Sol, la Luna y la Tierra tiene un ángulo recto en la Luna. Su método es semejante al descrito en el Ejercicio 61 de esta sección. Aristarco fue el primero en afirmar la teoría de que la Tierra y los planetas se mueven alrededor del Sol, idea que no fue aceptada por completo sino hasta después del tiempo de Copérnico, 1800 años después. Por esta razón Aristarco se conoce como el "Copérnico de la Antigüedad".

El ejemplo siguiente nos da una importante aplicación de trigonometría al problema de mediciones: medimos la altura de un árbol alto sin tener que subir a él. Aun cuando el ejemplo es sencillo, el resultado es fundamental para entender la forma en que se aplican relaciones trigonométricas a problemas como éste.

EJEMPLO 4 | Hallar la altura de un árbol

Una secoya proyecta una sombra de 532 pies de largo. Encuentre la altura del árbol si el ángulo de elevación del Sol es 25.7°.

SOLUCIÓN Sea h la altura del árbol. De la Figura 10 vemos que

$$\frac{h}{532} = \tan 25.7° \quad \text{Definición de tangente}$$

$$h = 532 \tan 25.7° \quad \text{Multiplique por 532}$$

$$\approx 532(0.48127) \approx 256 \quad \text{Use calculadora}$$

Por lo tanto, la altura del árbol es aproximadamente 256 pies.

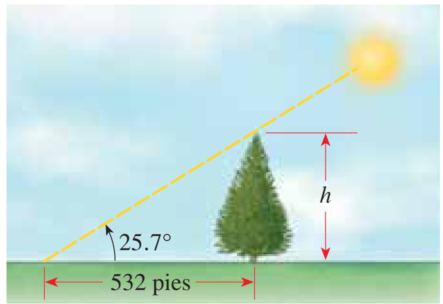


FIGURA 10

AHORA INTENTE HACER EL EJERCICIO **47**

TALES DE MILETO (hacia 625-547 a.C.) es el legendario fundador de la geometría griega. Se dice que calculó la altura de una columna griega comparando la longitud de la sombra de su báculo con la de la columna. Usando propiedades de triángulos semejantes, afirmó que la relación entre la altura h de la columna y la altura h' de su báculo era igual a la relación entre la longitud s de la sombra de la columna y la longitud s' de la sombra de su báculo:

$$\frac{h}{h'} = \frac{s}{s'}$$

Como se conocen tres de estas cantidades, Tales pudo calcular la altura de la columna.

Según la leyenda, Tales utilizó un método similar para hallar la altura de la Gran Pirámide de Egipto, hazaña que impresionó al rey de Egipto. Plutarco escribió que "aun cuando él [el rey de Egipto] le admiraba [a Tales] por otras cosas, en particular a él le gustaba la forma en que midió la altura de la pirámide sin ningún problema ni instrumentos". El principio utilizado por Tales, el hecho de que las relaciones entre lados correspondientes de triángulos semejantes son iguales, es la base de la trigonometría.

EJEMPLO 5 | Un problema de triángulos rectángulos

Desde un punto en el suelo a 500 pies de la base de un edificio, un observador encuentra que el ángulo de elevación a lo alto del edificio es 24° y que el ángulo de elevación a lo alto de una astabandera que está en el edificio es de 27°. Encuentre la altura del edificio y la longitud de la astabandera.

SOLUCIÓN La Figura 11 ilustra la situación. La altura del edificio se encuentra en la misma forma en que hallamos la altura del árbol en el Ejemplo 4.

$$\frac{h}{500} = \tan 24° \quad \text{Definición de tangente}$$

$$h = 500 \tan 24° \quad \text{Multiplique por 500}$$

$$\approx 500(0.4452) \approx 223 \quad \text{Use calculadora}$$

La altura del edificio es aproximadamente 223 pies.

Para hallar la altura de la astabandera, encontremos primero la altura desde el suelo a lo alto del asta:

$$\frac{k}{500} = \tan 27°$$

$$k = 500 \tan 27°$$

$$\approx 500(0.5095)$$

$$\approx 255$$

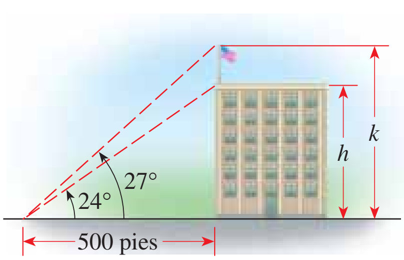


FIGURA 11

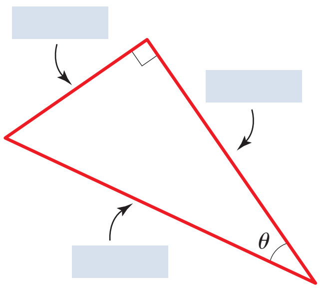
Para hallar la longitud de la astabandera, restamos h de k. Por lo tanto, la longitud del asta es aproximadamente $255 - 223 = 32$ pies.

AHORA INTENTE HACER EL EJERCICIO **55**

6.2 EJERCICIOS

CONCEPTOS

1. En la figura siguiente se ilustra un triángulo rectángulo con ángulo θ.



(a) Aplique leyenda a los lados "opuesto" y "adyacente" a θ y la hipotenusa del triángulo.

(b) Las funciones trigonométricas del ángulo θ están definidas como sigue:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\square}{\square} \qquad \cos\theta = \frac{\square}{\square} \qquad \tan\theta = \frac{\square}{\square}$$

(c) Las relaciones trigonométricas no dependen del tamaño del triángulo. Esto es porque todos los triángulos rectángulos con ángulo agudo θ son ______.

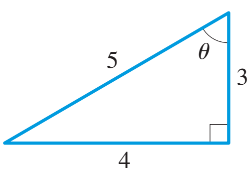
2. Las identidades recíprocas dicen que

$$\csc\theta = \frac{1}{\square} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\square} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\square}$$

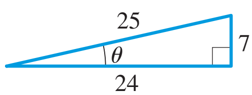
HABILIDADES

3-8 ■ Encuentre los valores exactos de las seis relaciones trigonométricas del ángulo θ en el triángulo.

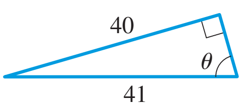
3.



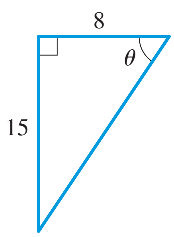
4.



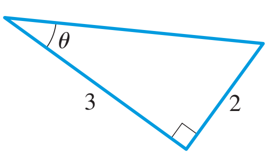
5.



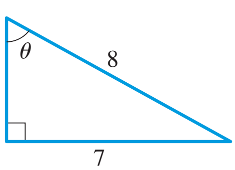
6.



7.

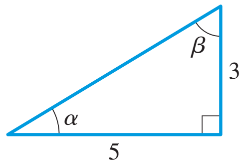


8.

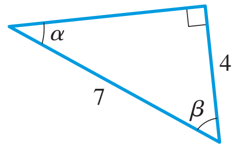


9-10 ■ Encuentre **(a)** sen α y cos β, **(b)** tan α y cot β, y **(c)** sec α y csc β.

9.

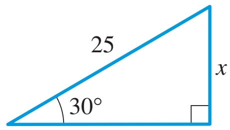


10.

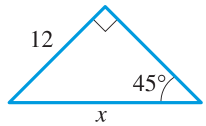


11-16 ■ Encuentre el lado marcado como x. En los Ejercicios 13 y 14 exprese sus respuestas redondeadas a cinco lugares decimales.

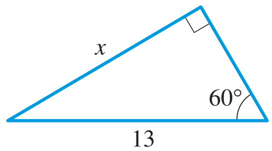
11.



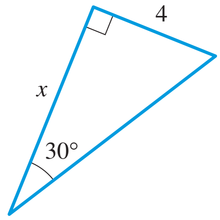
12.



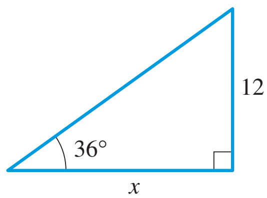
13.



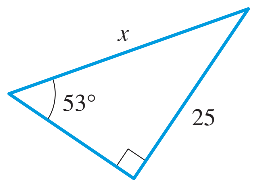
14.



15.

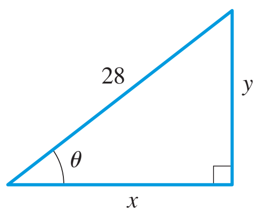


16.

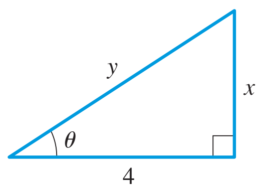


17-18 ■ Exprese x y y en términos de relaciones trigonométricas de θ.

17.



18.



19-24 ■ Trace un triángulo que tenga ángulo agudo θ, y encuentre las otras cinco relaciones trigonométricas de θ.

19. $\operatorname{sen}\theta = \frac{3}{5}$

20. $\cos\theta = \frac{9}{40}$

21. $\cot\theta = 1$

22. $\tan\theta = \sqrt{3}$

23. $\sec\theta = \frac{7}{2}$

24. $\csc\theta = \frac{13}{12}$

25-30 ■ Evalúe la expresión sin usar calculadora.

25. $\operatorname{sen}\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}$

26. $\operatorname{sen} 30° \csc 30°$

27. $\operatorname{sen} 30° \cos 60° + \operatorname{sen} 60° \cos 30°$

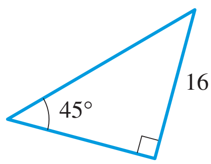
28. $(\operatorname{sen} 60°)^2 + (\cos 60°)^2$

29. $(\cos 30°)^2 - (\operatorname{sen} 30°)^2$

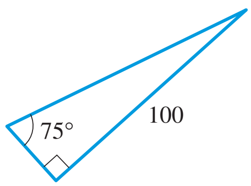
30. $\left(\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{3}\cos\dfrac{\pi}{4} - \operatorname{sen}\dfrac{\pi}{4}\cos\dfrac{\pi}{3}\right)^2$

31-38 ■ Resuelva el triángulo rectángulo.

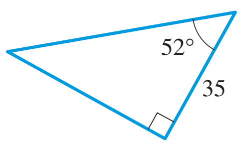
31.



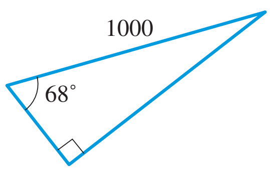
32.



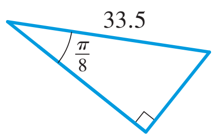
33.



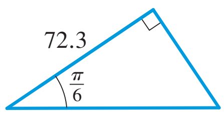
34.



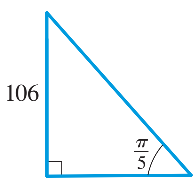
35.



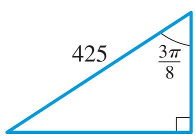
36.



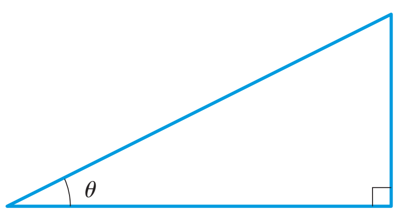
37.



38.



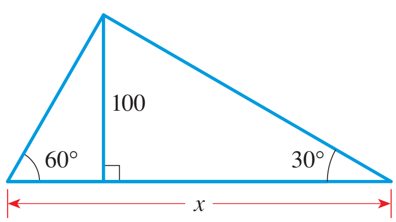
39. Use una regla para medir cuidadosamente los lados del triángulo y, a continuación, use sus mediciones para estimar las seis relaciones trigonométricas de θ.



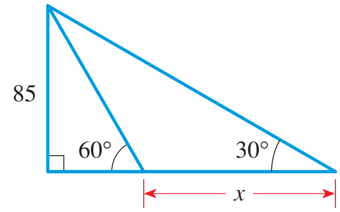
40. Usando un transportador, trace un triángulo rectángulo que tenga el ángulo agudo de 40°. Mida los lados con todo cuidado y use sus resultados para estimar las seis relaciones trigonométricas de 40°.

41-44 ■ Encuentre x redondeada a un lugar decimal.

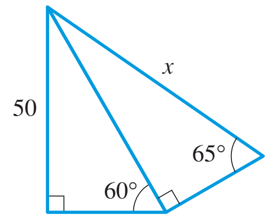
41.



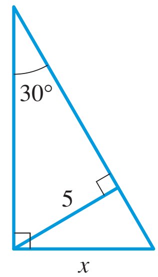
42.



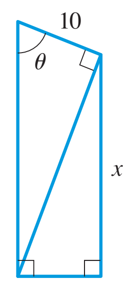
43.



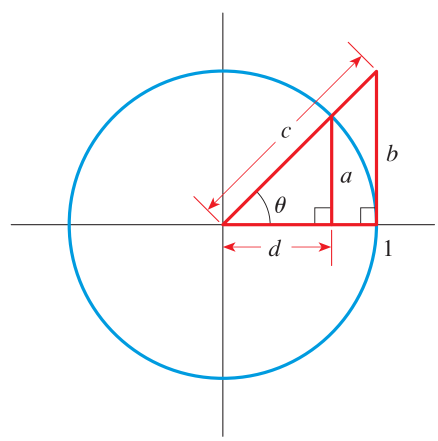
44.



45. Exprese la longitud x en términos de las relaciones trigonométricas de θ.



46. Exprese la longitud a, b, c y d en la figura en términos de las relaciones trigonométricas de θ.



APLICACIONES

47. Altura de un edificio Se encuentra que el ángulo de elevación de lo alto del edificio Empire State de Nueva York es de 11° desde el suelo, a una distancia de 1 milla de la base del edificio. Usando esta información, encuentre la altura del edificio Empire State.

48. Arco de Entrada Un avión está volando a la vista del Arco de Entrada (Gateway Arch) de St. Louis, Missouri, a una elevación de 35,000 pies. Al piloto le gustaría estimar su distancia desde el Gateway Arch; encuentra que el ángulo de depresión a un punto en el suelo abajo del arco es de 22°.
(a) ¿Cuál es la distancia entre el avión y el arco?
(b) ¿Cuál es la distancia entre un punto en el suelo directamente bajo el avión y el arco?

49. Desviación de un rayo láser Un rayo láser ha de dirigirse hacia el centro de la Luna, pero el rayo se desvía 0.5° de su trayectoria propuesta.
(a) ¿Cuánto se ha desviado el rayo de su trayectoria propuesta cuando llega a la Luna? (La distancia de la Tierra a la Luna es de 240,000 millas.)
(b) El radio de la Luna es aproximadamente de 1000 millas. ¿El rayo incidirá en la Luna?

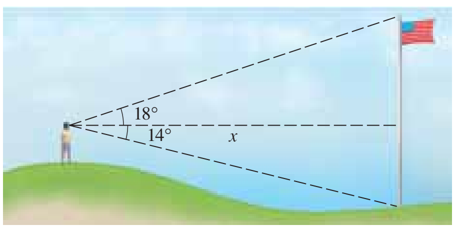
50. Distancia al mar Desde lo alto de un faro de 200 pies, el ángulo de depresión a un barco en el océano es de 23°. ¿A qué distancia está el barco desde la base del faro?

51. Escalera inclinada Una escalera de 20 pies está inclinada contra un edificio, de modo que el ángulo entre el suelo y la escalera es de 72°. ¿A qué altura llega la escalera en el edificio?

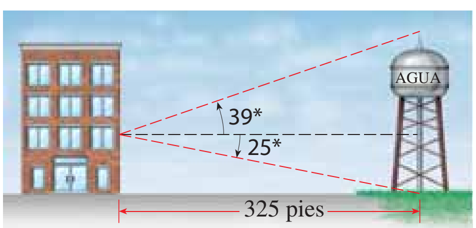
52. Altura de una torre Un cable de 600 pies para sujeción está unido a lo alto de una torre de comunicaciones. Si el cable forma un ángulo de 65° con el suelo, ¿cuál es la altura de la torre de comunicaciones?

53. Elevación de una cometa Un hombre que está en una playa hace volar una cometa. Sostiene el extremo de la cuerda de la cometa al nivel del suelo y estima que el ángulo de elevación de la cometa es de 50°. Si la cuerda es de 450 pies de largo, ¿a qué altura está la cometa sobre el suelo?

54. Determinación de una distancia Una mujer que está de pie en una colina observa una astabandera que ella sabe es de 60 pies de alto. El ángulo de depresión a la parte inferior del poste es de 14° y el ángulo de elevación de la parte superior del poste es de 18°. Encuentre la distancia x de la mujer al poste.



55. Altura de una torre Una torre de agua está situada a 325 pies de un edificio (vea la figura). Desde una ventana del edificio, un observador ve que el ángulo de elevación a la parte superior de la torre es 39° y que el ángulo de depresión de la parte inferior de la torre es 25°. ¿Cuál es la altura de la torre? ¿Cuál es la altura de la ventana?



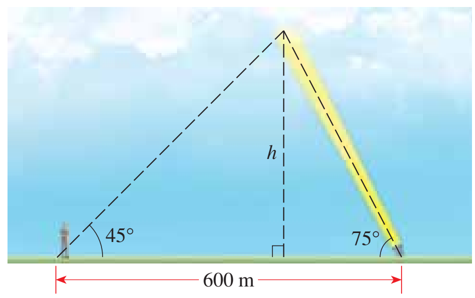
56. Determinar una distancia Un avión está volando a una elevación de 5150 pies, directamente sobre una carretera recta. Dos automovilistas van en su auto en la carretera en lados opuestos del avión; el ángulo de depresión a un auto es 35° y al otro es de 52°. ¿A qué distancia están entre sí los dos autos?

57. Determinar una distancia Si los dos autos del ejercicio 56 están en un lado del avión y si el ángulo de depresión a uno de los autos es 38° y al otro auto es 52°, ¿a qué distancia están entre sí los dos autos?

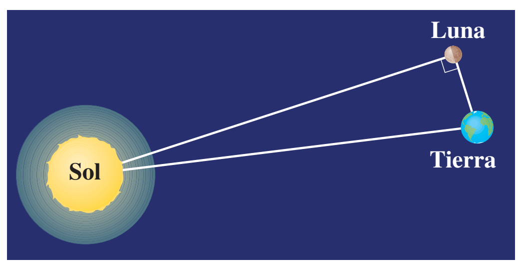
58. Altura de un globo Un globo de aire caliente está flotando sobre una carretera recta. Para estimar la altura a la que se encuentran los tripulantes del globo, éstos simultáneamente miden el ángulo de depresión a dos señalamientos consecutivos de kilometraje situados en la carretera, en el mismo lado del globo. Se encuentra que los ángulos de depresión son 20° y 22°. ¿A qué altura está el globo?

59. Altura de una montaña Para estimar la altura de una montaña sobre una meseta, el ángulo de elevación a lo alto de la montaña se mide y es de 32°. A mil pies más cerca de la montaña a lo largo de la meseta, se encuentra que el ángulo de elevación es de 35°. Estime la altura de la montaña.

60. Altura de una capa de nubes Para medir la altura de la capa de nubes en un aeropuerto, un trabajador enciende un reflector hacia arriba, a un ángulo de 75° de la horizontal. Un observador a 600 m de distancia mide el ángulo de elevación del reflector y ve que es de 45°. Encuentre la altura h de la capa de nubes.



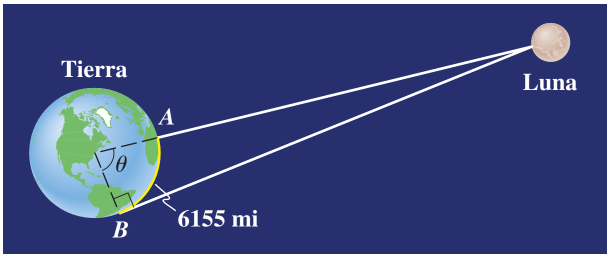
61. Distancia al Sol Cuando la Luna está exactamente en cuarto creciente, la Tierra, la Luna y el Sol forman un ángulo recto (vea la figura). En ese momento el ángulo formado por el Sol, la Tierra y la Luna se mide y es de 89.85°. Si la distancia de la Tierra a la Luna es de 240,000 millas, estime la distancia de la Tierra al Sol.



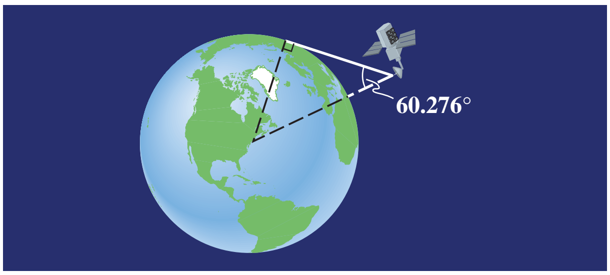
62. Distancia a la Luna Para hallar la distancia al Sol como en el Ejercicio 61, necesitamos conocer la distancia a la Luna. A continuación veamos una forma de estimar esa distancia: Cuando la Luna se ve en su cenit en un punto A en la Tierra, se observa que está en el horizonte desde el punto B (vea la siguiente figura). Los puntos A y B están a 6155 millas entre sí, y el radio de la Tierra es 3960 millas.

(a) Encuentre el ángulo θ en grados.

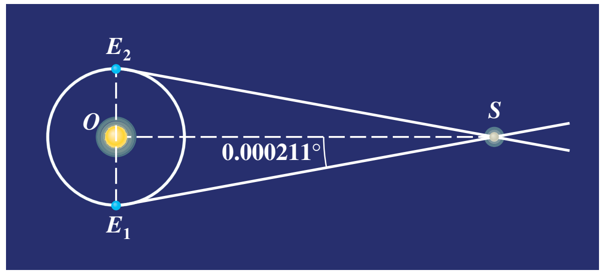
(b) Estime la distancia del punto A a la Luna.



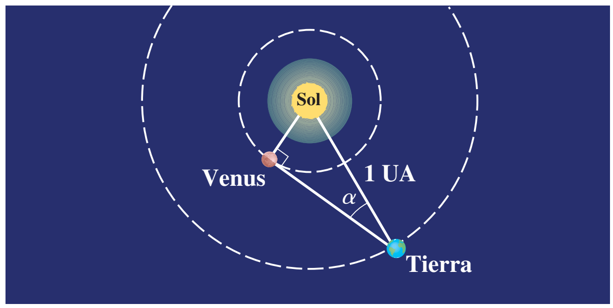
63. Radio de la Tierra En el Ejercicio 74 de la Sección 6.1 se dio un método para hallar el radio de la Tierra. A continuación veamos un método más moderno: de un satélite que está a 600 millas de la Tierra, se observa que un ángulo formado por la vertical y la línea de vista al horizonte es 60.276°. Use esta información para hallar el radio de la Tierra.



64. Paralaje Para hallar la distancia a estrellas cercanas se usa el método de paralaje. La idea es hallar un triángulo con la estrella en un vértice y con una base tan grande como sea posible. Para hacer esto, la estrella se observa en dos tiempos diferentes exactamente a 6 meses entre sí, y se registra su cambio aparente en posición. De estas dos observaciones, se puede calcular $\angle E_1SE_2$. (Los tiempos se escogen de modo que $\angle E_1SE_2$ sea tan grande como sea posible, lo cual garantiza que $\angle E_1OS$ es 90°.) El ángulo E_1SO se llama *paralaje* de la estrella. Alfa Centauri, la estrella más cercana a la Tierra, tiene un paralaje de 0.000211°. Estime la distancia a esta estrella. (Tome la distancia de la Tierra al Sol como 9.3×10^7 millas.)



65. Distancia de Venus al Sol La **elongación** α de un planeta es el ángulo formado por el planeta, la Tierra y el Sol (vea la figura). Cuando Venus alcanza su máxima elongación de 46.3°, la Tierra, Venus y el Sol forman un triángulo con ángulo recto en Venus. Encuentre la distancia entre Venus y el Sol en unidades astronómicas (UA). (Por definición, la distancia entre la Tierra y el Sol es 1 UA.)



DESCUBRIMIENTO ■ DISCUSIÓN ■ REDACCIÓN

66. Triángulos semejantes Si dos triángulos son semejantes, ¿qué propiedades comparten? Explique la forma en que estas propiedades hacen posible definir las relaciones trigonométricas sin considerar el tamaño del triángulo.

6.3 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS

Funciones trigonométricas de ángulos ▶ Evaluación de funciones trigonométricas de cualquier ángulo ▶ Identidades trigonométricas ▶ Áreas de triángulos

En la sección precedente definimos las relaciones trigonométricas para ángulos agudos. Aquí extendemos las relaciones trigonométricas a todos los ángulos al definir las funciones trigonométricas de ángulos. Con estas funciones podemos resolver problemas prácticos que involucren ángulos que no sean necesariamente agudos.